

Использование теоремы Байеса для оценки показателей надёжности электронной компонентной базы

Батулин А.В., Григорьева Т.А., Лоскот А.И., Малинин В.Г.

Предложен подход обобщения результатов испытаний на надёжность (в том числе малых выборок), основанный на теореме Байеса. Выведена вариация формулы Байеса для расчётно-экспериментальной оценки показателей надёжности ЭКБ, учитывающая объём испытываемой выборки, число отказов, риски производителя и заказчика. Доказаны преимущества обобщения результатов испытаний на надёжность через уточнения гипотез о надёжности ЭКБ по результатам каждого нового проведённого испытания, а не посредством прямого обобщения накапливаемых элементочасов испытаний.

Введение

С развитием современной науки и техники стала весьма актуальной проблема оценки надёжности. Для анализа и контроля (оценки) показателей надёжности (ПН) применяют методы математической статистики. Эти же методы широко применяются для анализа и контроля ПН электронной компонентной базы (ЭКБ). Общая методология оценки ПН ЭКБ базируется на теории вероятностей, статистической математике, общей теории надёжности и, конечно, на свойствах самих объектов исследования – ЭКБ. Теоретические основы и методы оценки ПН можно найти в трудах Колмогорова А.Н. и ряда других авторов [1, 2, 4]. В настоящее время в связи с сокращением объёмов серийного производства первоочередным вопросом испытаний на надёжность является оценка ПН ЭКБ на основании обобщения результатов испытаний малых выборок.

Опыт ОАО «РНИИ «Электронстандарт» по использованию теоремы Байеса для оценки ПН ЭКБ

В испытательном центре (ИЦ) ОАО «РНИИ «Электронстандарт» проводятся испытания ЭКБ на надёжность. Расчётно-экспериментальная оценка ПН ЭКБ по результатам испытаний должна проводиться с учётом априорной информации (АИ) о ПН испытываемой ЭКБ.

В ИЦ для уточнения расчётно-экспериментальной оценки ПН ЭКБ был применён подход, представляющийся наиболее предпочтительным, с использованием метода, основанного на теореме Байеса. На основе теоремы Байеса осуществляется совместный учёт АИ, а также опытной информации, получаемой в результате испытаний выборок ЭКБ. В соответствии с этой теоремой АИ о ВБР P , или величина γ , задаётся в некотором интервале возможных значений. Определяется априорная плотность вероятности распределения требуемых показателей надёжности, а после проведения испытаний и получения опытных результатов испытаний на безотказность уточняют плотность вероятности по формуле Байеса:

$$f(H/h_i) = \frac{f(h) \cdot f(h_i/H)}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(h) \cdot f(h_i/H) dH}, \quad (1)$$

где $f(h)$ – априорная плотность распределения оценки (статистических значений) показателя надёжности, например величина ВБР P (или γ) изделия; $f(H/h_i)$ – условная плотность распределения опытных данных при условии, что действительное значение величины P равно H .

Испытания на надёжность в ИЦ проводят методом ускоренных испытаний выборок ЭКБ. Пусть по результатам испытаний выборки объемом N интересующий нас результат (отсутствие отказа) наступил $N-m$ раз и, соответственно, не наступил (зафиксирован отказ) m раз. Представим такое комбинированное событие (также при условии наличия АИ A_i) через K^* . Исходя из определения пересечения множеств несовместных событий и подставляя K^* в (1) вместо $f(H/h_i)$, получаем формулу Байеса для общего случая:

$$P_{K^*}(A_i) = \frac{P(A_i)[P_{A_i}(K)]^{N-m}[1-P_{A_i}(K)]^m}{\sum_{(i)} P(A_i)[P_{A_i}(K)]^{N-m}[1-P_{A_i}(K)]^m}, \quad (2)$$

где $P(A_i)$ – априорная (известная до начала испытаний) оценка ВБР (γ -процентной наработки до отказа) изделия; $P_{A_i}(K)$ – оценка ВБР (γ -процентной наработки до отказа) изделия по результатам текущих испытаний; $P_{K^*}(A_i)$ – оценка ВБР (γ -процентной наработки до отказа) изделия по результатам текущих испытаний и с учетом $P(A_i)$.

При использовании в формуле (2) в качестве исходных данных точечных значений и интервальных доверительных вероятностей оценок ПН формула (2) может быть названа информационно-комбинированной [3] и приобретает вид:

$$P_{K^*}(A_1) = \frac{P(A_1)(1-\alpha)^{N-m}\alpha^m}{P(A_1)(1-\alpha)^{N-m}\alpha^m + P(A_2)\beta^{N-m}(1-\beta)^m}, \quad (3)$$

где $P_{K^*}(A_1)$ – ВБР (величина γ) изделия, определённая по результатам испытаний и с учетом АИ; $P(A_1)$ – априорная ВБР (величина γ) изделия, приведённая к длительности проведения испытаний; $P(A_2)$ – априорная вероятность отказа, приведённая к длительности проведения испытаний; α – риск производителя, то есть установленная доверительная вероятность отказа изделия в выборке; $(1 - \alpha)$ – доверительная вероятность события «не отказ» изделия в выборке; β – риск заказчика, то есть установленная доверительная вероятность отказа изделия в выборке; $(1 - \beta)$ – доверительная вероятность события «не отказ» изделия в выборке.

Априорная ВБР $P(A_1)$ вычислена на основании ранее проведённых испытаний и приведена к длительности текущих испытаний через экспоненциальный закон с использованием в качестве исходных данных длительности текущих испытаний и априорную интенсивность отказов ЭКБ. Априорная интенсивность отказов приведена к текущим режимам испытаний через подстановку в её расчёт коэффициента разности режимов проведения испытаний, определяемого на основании уравнения Аррениуса. Расчёт априорной интенсивности отказов проводится с использованием квантиля распределения хи-квадрат со значением доверительной вероятности 0,6 [5], причём исходя из данного значения приняты следующие риски заказчика и производителя – $\beta = \alpha = 0,4$.

Подставляя в (3) величину $P(A_1)$, а также объём испытуемой выборки N и число выявленных отказов m , получим оценку $P_{K^*}(A_1)$ ЭКБ по результатам текущих испытаний с учётом АИ о ПН данной ЭКБ. Таким образом, по результатам проведённой оценки ПН ЭКБ с учётом априорной информации получаем оценку ВБР или величины γ для наработки, равной длительности проведения испытаний, и для режимов и условий проведения испытаний. Интенсивность отказов ЭКБ на основании оценки γ -процентной наработки до отказа рассчитывается в соответствии с экспоненциальным законом распределения с использованием в качестве исходных данных длительности текущих испытаний и оценки $P_{K^*}(A_1)$. Интенсивности отказов ЭКБ λ_i для режимов и условий, отличных от режимов и условий предыдущих испытаний, рассчитываются на основании полученной оценки λ через коэффициенты учёта разности режимов с использованием уравнения Аррениуса. На рис. 1 приведены блок-схемы алгоритмов оценки интенсивности отказов ЭКБ с использованием теоремы Байеса (рис. 1а) и с использованием классического метода обобщения результатов испытаний на надёжность через квантиль распределения хи-квадрат [5].

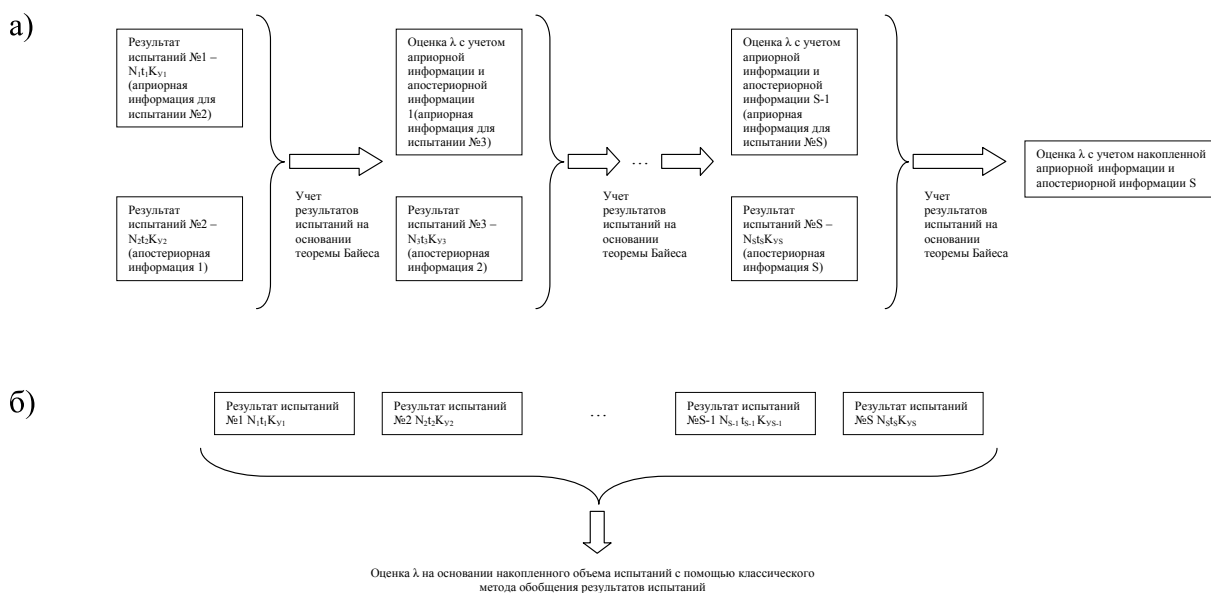


Рис. 1

Блок-схемы алгоритмов оценки интенсивности отказов ЭКБ:

- а – оценки интенсивности отказов ЭКБ с использованием теоремы Байеса;
- б – оценки интенсивности отказов ЭКБ с использованием классического метода обобщения результатов испытаний на надёжность

Разница при оценке верхней доверительной границы интенсивности отказов λ по результатам испытаний даже двух независимых выборок с использованием теоремы Байеса и с использованием классического метода обобщения результатов испытаний может достигать 2-х порядков при одной ступени обобщения (в зависимости от исходных данных: принятых уровней рисков заказчика и производителя, объёмов выборок, наличия отказов, длительности испытаний). В табл. приведены примеры оценки интенсивностей отказов ЭКБ в ИЦ с использованием теоремы Байеса и с использованием классического метода обобщения результатов испытаний и оценки соответствующих предприятий-изготовителей.

Таблица

Оценка интенсивности отказов с использованием различных методов

Наименование типонаименования ЭКБ	Длительность проведения испытаний, час	Объём выборки, шт. /число отказов	Оценка верхней доверительной границы интенсивности отказов λ с использованием классического метода обобщения, час ⁻¹	Оценка верхней доверительной границы интенсивности отказов λ с использованием теоремы Байеса, час ⁻¹	Оценка верхней доверительной границы интенсивности отказов λ предприятий-изготовителей
AD607ARS	2000	10/0	$2,3 \times 10^{-5}$	$8,36 \times 10^{-7}$	$\sim 10^{-9}$
	2000	7/0			
	2000	3/0			
NFE61HT332Z2A9	2000	3/0	$1,48 \times 10^{-5}$	$2,15 \times 10^{-9}$	$\sim 10^{-9}$
	2000	5/0			
	2000	3/0			
	2000	20/0			
TPS62290DRVTG4	2000	10/0	$2,3 \times 10^{-5}$	$8,36 \times 10^{-7}$	$\sim 10^{-9}$
	2000	10/0			

Выводы

Таким образом, обобщение результатов испытаний не физическим путём – увеличением объёма испытаний, а уточнением ранее полученных гипотез о ПН ЭКБ является более производительным и достоверным подходом к оценке ПН ЭКБ. Оценка надёжности с использованием теоремы Байеса по результатам испытаний малых выборок приближается к оценке надёжности ЭКБ по результатам испытаний в рамках серийного производства, регламентируемой предприятиями-лидерами мировой электронной промышленности. Накопленный опыт ИЦ применения метода комбинированной оценки показателей надёжности ЭКБ, основанного на теореме Байеса, позволяет как можно полнее использовать все данные о ПН – и текущие опытные и априорные, что особенно важно для оценки ПН при малых выборках.

Литература

1. Александровская Л.Н., Афанасьев А.П., Лисов А.А. Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем // М.: Логос. – 2003. – 208 с.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика // М.: Высшая школа. – 1999. – 404 с.
3. Барбашов Г.В. Надёжность и эффективность систем управления // Балт. гос. техн. ун-т. СПб. – 2005. – 255 с.
4. Колмогоров А.Н. Основы понятия теории вероятностей // М.: Наука. – 1974. – 118 с.
5. Шор Я. Б., Кузьмин Ф.И. Таблицы для анализа и контроля надёжности // М.: Советское радио. – 1968. – 288 с.