

Использование Байесовской оценки показателей надёжности при испытаниях изделий электронной техники по схеме ступенчатого нагружения

А. В. Батурин, А. И. Лоскот

В настоящее время при экспериментальной отработке разнообразных изделий электронной техники используются методы форсированных испытаний. Сущность используемых методов состоит в сокращении продолжительности испытаний благодаря увеличению жёсткости режима. В реальных условиях часто не удаётся установить однозначную связь между режимом испытания и характеристикой надёжности. Кроме того, режим может носить случайный характер. В подобной ситуации полезным может оказаться использование байесовского подхода, позволяющего в условиях неопределённости принимать решения, наилучшие в смысле минимума некоторой функции потерь. В статье излагается предложенная процедура оценки вероятности безотказной работы изделия, испытания которого проводятся по схеме ступенчатого нагружения. Особенности процедуры являются:

*-предположения о случайном характере режимов, воспроизводимых при испытаниях,
-простой способ установления по результатам эксперимента априорной информации,
-способ задания априорной информации в виде априорного распределения непосредственно для показателя надёжности, а не для параметров функции распределения.*

Ключевые слова: надёжность, форсированные испытания, идентификация закона распределения, теорема Байеса, однородность выборок

Testing electronic products under the scheme stepwise loading. Use Bayesian estimates of parameters of reliability

A. V. Baturin, A. I. Loscot

Currently, with the experimental development of various electronic products used methods of forced testing. The essence of the methods used is to reduce the duration of the test by increasing the rigidity of test mode. In the real life often is not possible to establish an unambiguous link between the test mode and reliability parameters of the object. In addition, the test mode may be random. In such a situation, it may be useful to use the Bayesian approach that allows in conditions of uncertainty to make decisions in the best sense of minimizing a loss function. The article describes the procedure proposed by estimating the probability of failure-free operation of the product, the test is carried out under the scheme stepwise loading.

The features of the procedure are:

*- assumptions about the random nature of the test mode, during the test,
- simple method of establishing a priori information on the results of the experiment,
- method of defining a priori information in the form of the a priori distribution for reliability parameters directly, and not for the parameters of the distribution function.*

Keywords: dependability, acceleration factor, identification of the distribution of reliability parameters, Bayes' theorem, uniformity of the samples

Введение

В настоящее время при экспериментальной отработке изделий электронной техники, используются методы форсированных испытаний. Современное состояние теории форсированных испытаний достаточно подробно изложено в [1]. Сущность используемых методов состоит в сокращении продолжительности испытаний благодаря увеличению жёсткости режима. В реальных условиях часто не удаётся установить однознач-

ную связь между режимом испытания и характеристикой надёжности. Кроме того, режим может носить случайный характер. В подобной ситуации полезным может оказаться использование байесовского подхода, позволяющего в условиях неопределённости принимать решения, наилучшие в смысле минимума некоторой функции потерь. Возможность решения подобных задач продемонстрирована в работе [5]. Недостатком этой работы является неудобный для практи-

ческого применения способ представления априорной информации. Ниже излагается предложенная в [4] процедура оценки вероятности безотказной работы изделия, испытания которого проводятся по схеме ступенчатого нагружения [1]. Особенностью процедуры является предположение о случайном характере режимов, воспроизводимых при испытаниях, и простой способ установления по результатам эксперимента априорной информации (идентификация закона распределения для априорной вероятности безотказной работы).

Процедура оценки вероятности безотказной работы изделия

Пусть в процессе форсированных испытаний необходимо найти оценку вероятности безотказной работы (ВБР) изделия электронной техники (ИЭТ) в течение некоторого времени t : $R = R(t) = P\{\xi > t\}$. Изделие работает в некотором номинальном режиме ε_0 . Поскольку испытания будут проводиться также в утяжелённых режимах, выражение для $R(t)$ перепишем в зависимости от режима ε_0 :

$$R = R(t; \varepsilon_0) = P\{\xi(\varepsilon_0) > t\}, \quad (1)$$

где $\xi(\varepsilon_0)$ – случайная продолжительность безотказной работы в номинальном режиме. Здесь и в дальнейшем под режимом понимается совокупность технических параметров, характеризующих условия и характер функционирования изделия. Задача оценки показателя (1) решается при следующих допущениях:

I. В испытаниях реализуется схема многоступенчатого нагружения, существо которой заключается в следующем. Задаются некоторой наибольшей продолжительностью испытаний T и полученный промежуток $[0, T]$ разбивают на $m+1$ непересекающихся промежутков $\mu_j = [S_j, S_{j+1}]$, $j = 0, 1, 2, \dots, m$. Это разбиение устанавливается на стадии предварительных исследовательских испытаний. Каждый опытный образец независимо от других работает в номинальном режиме ε_0 . Затем, если отказ не наступает, происходит переключение на более жёсткий режим ε_1 и т.д. Каждому промежутку μ_j соответствует свой режим ε_j . Существенно, что указанные режимы фиксируют-

ся неоднозначно. Добиваются лишь того, чтобы каждый последующий режим был более жёстким по сравнению с предыдущим. Для описания этого факта будем использовать обозначение $\varepsilon_j > \varepsilon_{j-1}$. Предполагается, что испытания могут завершаться отказами или приостановками, которые в свою очередь могут быть случайными или детерминированными через заданное время T . По формальным характеристикам описанные испытания сводятся к плану испытаний с цензурированными данными об отказах. Пронумеруем испытываемые изделия. Испытание каждого i -ого изделия может окончиться отказом в момент t_i^* или приостановкой в момент t_i , $i=1, 2, \dots, n$. Если отказ наступает в момент $t_i^* \leq t_i$, то значение t_i^* становится известным в результате опыта. Если же $t_i^* > t_i$, то точное значение t_i^* неизвестно. Известно лишь, что отказ мог наступить после момента t_i . Случайные моменты отказов предполагаются взаимно независимыми. Пронумеровав отдельно моменты отказов и приостановок, результатом испытаний будем считать вектор $\tau = \{t^*, t\}$, где $t = (t_1, t_2, \dots, t_k)$, $t^* = (t_1^*, t_2^*, \dots, t_d^*)$, $d+k=n$.

II. Функция интенсивности отказов $\lambda(t)$ предполагается кусочно-постоянной таким образом, что $\lambda(t) = \lambda_j = \text{const}$ при $t \in \mu_j$ ($j=1, 2, \dots, m$). Другими словами, интенсивность отказа зависит от режима испытания: $\lambda(t) = \lambda(\varepsilon(t))$. Будем считать, что более жёсткие условия испытаний однозначно приводят к увеличению интенсивности отказов, т.е. из условия $\varepsilon_j > \varepsilon_{j-1}$ следует $\lambda(\varepsilon_j) \geq \lambda(\varepsilon_{j-1})$, или $\lambda_j \geq \lambda_{j-1}$ ($j=1, 2, \dots, m$).

III. До начала реализации схемы ступенчатого нагружения известно априорное распределение $h(r_0)$ для ВБР в некоторый момент времени t_0 . Априорное распределение $h(r_0)$ определяется на основании результатов предварительных испытаний изделия при постоянном режиме ε_0 в течение времени t_0 . Для обеспечения высокой достоверности идентификация закона априорного распределения по результатам испытаний (в том числе малых выборок объёмом $n \geq 3$) целесообразно использовать математический аппарат, описанный в [2, 3]. Для идентификации закона распределения по выборке X_1, \dots, X_n оптимально использовать следующий алгоритм:

1. Формируется вариационный ряд (упорядоченная по величине последовательность)

$$X_1^{(n)} \leq X_2^{(n)} \leq \dots \leq X_n^{(n)}.$$

2. Исходя из предварительной информации о возможном характере распределений случайной величины X (например, физических соображений), выдвигаются гипотезы о виде закона распределения $F_i(x)$, $i = \overline{1, k}$.

3. Определяются оценки параметров законов распределения методом максимального правдоподобия [2].

4. В соответствии с зависимостями вида

$$\alpha_m = \int_0^{F(X_m^{(n)})} \frac{n!}{(m-1)!(n-m)!} t^{m-1} (1-t)^{n-m} dt,$$

$$m = \overline{1, n} \quad (2)$$

для выбранных законов распределения рассчитываются последовательности $\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \dots, \alpha_n^{(i)}$, $i = \overline{1, k}$.

5. Осуществляется проверка принадлежности последовательностей, полученных в п. 4, равномерному распределению на интервале $[0, 1]$. С этой целью определяются значения порядковых статистик

$$g_j^{(i)} = \frac{\alpha_j^{(i)} - \alpha_1^{(i)}}{\alpha_n^{(i)} - \alpha_1^{(i)}},$$

где $\alpha_j^{(i)}$ – величина, полученная в соответствии с выражением вида (2) для i -го закона распределения $F_i(x)$, и принадлежащая упорядоченной последовательности $\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \dots, \alpha_n^{(i)}$.

В настоящей статье в качестве априорного распределения используется равномерное распределение показателя $R_0 = R(t, \varepsilon_0)$ в промежутке $[R_H, R_B]$ и зависимость $R_0 = \exp(-\lambda_0 \tau_0)$.

Далее формируются расчётные значения супериндикаторов в соответствии с формулой

$$S_P^{(i)} = \prod_{j=1}^{m-2} g_j^{(i)}.$$

Полученные значения $S_P^{(i)}$ сравниваются со значением $S_{кр}$, выбранными из табл. 1. для заданного объёма выборки и уровня значимости α .

Таблица 1

Значения супериндикатора $S_{кр}$ равномерного распределения для заданного объёма выборки и уровня значимости α

α	$S_{кр}$			
	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
0,05	0,05	0,01173	0,00187	0,00042
0,10	0,10	0,02140	0,00441	0,00123
0,15	0,15	0,03575	0,007620	0,00226
0,20	0,20	0,05077	0,01077	0,00379
0,25	0,25	0,06262	0,014250	0,00582
0,30	0,30	0,08212	0,02173	0,00832
0,35	0,35	0,10040	0,02829	0,01159
0,40	0,40	0,12121	0,03672	0,01482
0,45	0,45	0,15025	0,04439	0,01955
0,50	0,50	0,17744	0,05575	0,02514

Если

$$S_P^{(i)} > S_{кр}, \quad (3)$$

то нет оснований отвергнуть i -ю гипотезу $F_i(x)$.

6. Если по результатам п. 5 необходимо осуществить выбор гипотезы $F(x)$ из нескольких, для которых выполняется условие (3), то окончательно принимается гипотеза, для которой значение супериндикатора S_P максимально.

Сформулированные предположения I-III и идентификация закона распределения после предварительных испытаний позволяют решать задачу оценки показателя $R_0 = R(t, \varepsilon_0)$ в параметрической байесовской постановке. Параметризация вводится с помощью вектора $\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m)$, число компонент которого совпадает с количеством режимов. Решение задачи будет следовать стандартной байесовской процедуре, состоящей в записи априорной плотности распределения указанного вектора $h(\lambda)$, нахождении функции правдоподобия $l(\lambda | \tau)$ и апостериорного распределения $\hat{h}(\lambda | \tau)$, с помощью которого определяются окончательные оценки $\hat{R}_0^*, \hat{\sigma}_{\hat{R}_0}^*, \hat{R}_T^*$.

Плотность априорного распределения $h(\lambda)$ будем записывать в виде

$$h(\lambda) = h_0(\lambda_0)h_1(\lambda_1 | \lambda_0) \dots h_m(\lambda_m | \lambda_0, \dots, \lambda_{m-1}), \quad (4)$$

где $h_j(\lambda_j | \lambda_0, \dots, \lambda_{j-1})$ — условная априорная плотность распределения (п.р.) параметра λ_j , при условии $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}$. Маргинальную априорную п.р. $h_0(\lambda_0)$ определим, используя равномерное априорное распределение показателя $R_0 \in [R_H, R_B]$ и зависимость $R_0 = \exp(-\lambda_0 t_0)$:

$$h_0(\lambda_0) = \frac{t_0}{R_B - R_H} e^{-\lambda_0 t_0}, \quad \lambda_0' \leq \lambda_0 \leq \lambda_0'', \quad (5)$$

где $\lambda_0' = -\ln(R_B/t_0)$, $\lambda_0'' = -\ln(R_H/t_0)$.

Условную априорную п.р. $h_j(\lambda_j | \lambda_0, \dots, \lambda_{j-1})$ установим, предположив, что каждый сомножитель априорной п.р. (4) принадлежит одному и тому же семейству плотностей, а именно усечённому экспоненциальному. Это предположение аналогично другому, имеющему более конкретный физический смысл: ВБР в момент времени t_0 для режима ε_j не превосходит ВБР в тот же момент для режима ε_{j-1} , т.е. $R(t_0, \varepsilon_j) \in [0, R(t_0, \varepsilon_{j-1})] \forall j = 1, 2, \dots, m$. Кроме того, показатель $R(t_0, \varepsilon_j)$ распределён в указанном промежутке равномерно. Используя данное предположение, нетрудно получить

$$h_j(\lambda_j | \lambda_0, \dots, \lambda_{j-1}) = t_0 \exp[-(\lambda_j - \lambda_{j-1}) t_0], \quad (6)$$

при $\lambda_j \geq \lambda_{j-1}$, $j = 1, 2, \dots, m$.

Подставляя выражения (5) и (6) в (4), после очевидных преобразований получим

$$h(\lambda) = \frac{t_0^{m+1}}{R_B - R_H} e^{-\lambda_m t_0}, \quad \lambda \in D, \quad (7)$$

где область D определяется системой неравенств $\lambda_0' \leq \lambda_0 \leq \lambda_0''$, $\lambda_0 \leq \lambda_1$, $\lambda_1 \leq \lambda_2, \dots$, $\lambda_{m-1} \leq \lambda_m$. Как следует из (7), априорная п.р. зависит в явном виде только от параметра λ_m . Тем не менее $h(\lambda)$ является функцией всех параметров, так как эта зависимость выражена формой области D .

Для нахождения функции правдоподобия $l(\lambda | \tau)$ воспользуемся общим выражением, записанным через функцию интенсивности $\lambda(t)$ и функцию ресурса $\Lambda(t)$. Используя функцию

$$\rho_j(t) = \begin{cases} 1, & t \in \mu_j = (S_{j-1}, S_j), \\ 0, & t \notin \mu_j, \end{cases}$$

для $\lambda(t)$ легко получить

$$\lambda(t) = \sum_{j=1}^m \lambda_j \rho_j(t). \quad (8)$$

Проинтегрировав функцию интенсивности, получим

$$\Lambda(t) = \sum_{j=0}^m \rho_j(t) \left[\sum_{r=0}^{j-1} \lambda_r \Delta_r + \lambda_j (t - S_j) \right]. \quad (9)$$

После подстановки выражений (8) и (9) в формулу для нахождения функции правдоподобия получим

$$l(\lambda | \tau) = c(\tau) \prod_{i=1}^d \left[\sum_{j=0}^m \rho_j(t_i^*) \lambda_j \right] \times \\ \times \exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m \rho_j(\tau_i) \left[\sum_{r=0}^{j-1} \lambda_r \Delta_r + \lambda_j (\tau_i - S_j) \right] \right\}. \quad (10)$$

Преобразуем выражение (10) к более удобному виду и установим достаточные статистики.

Пусть m_j — количество элементов выборки τ , принадлежащих промежутку μ_j ; эти элементы обозначим $\tau_i^{(j)}$, $i = 1, 2, \dots, m_j$. Будем подставлять $\tau_i^{(j)}$ последовательно в (9) и суммировать полученные значения по всем индексам i для всех m промежутков. Получим

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m \rho_j(\tau_i) \left[\sum_{r=0}^{j-1} \lambda_r \Delta_r + \lambda_j (\tau_i - S_j) \right] = \sum_{j=0}^m \lambda_j k_j, \quad (11)$$

где $k_j = n_j \Delta_j + \sum_{i=1}^{m_j} (\tau_i^{(j)} - S_j)$, $n_j = m_{j+1} + m_{j+2} + \dots + m_m$, $j = 1, 2, \dots, m-1$, $n_m = 0$, $\Delta_j = S_{j+1} - S_j$.

Величина n_j определяет число опытных образцов, не отказавших после испытания в j -м режиме, а статистика k_j имеет смысл суммарной наработки, зафиксированной при испытаниях в j -м режиме.

Аналогичным образом, обозначив через d_j число отказов, наблюдаемых при испытаниях в j -м режиме, нетрудно получить равенство

$$\prod_{i=1}^d [\sum_{j=0}^m \rho_j(t_i^*) \lambda_i] = \prod_{j=0}^m \lambda_j^{d_j} \quad (12)$$

С помощью соотношений (11) и (12) выражение для функции правдоподобия (10) можно переписать в следующем более удобном виде:

$$l(\lambda|\tau) = c(\tau) \prod_{j=0}^m \lambda_j^{d_j} \exp(-\sum_{j=0}^m \lambda_j k_j) \quad (13)$$

Как видно из выражения (13), достаточную статистику в данном случае образуют величины $d_1, d_2, \dots, d_m, k_1, k_2, \dots, k_m$.

В соответствии с теоремой Байеса для апостериорной п.р. вектора λ имеем

$$\begin{aligned} \hat{h}(\lambda|\tau) &\sim \prod_{j=0}^m \lambda_j^{d_j} \exp[-\sum_{j=0}^m \lambda_j k_j + \lambda_m (k_m + t_0)], \\ \lambda &\in D. \end{aligned} \quad (14)$$

Поскольку искомый показатель $R = R(t; \varepsilon_0)$ зависит только от λ_0 , для получения байесовских оценок показателя R необходимо знать маргинальную апостериорную п.р. $\hat{h}_0(\lambda_0 | \tau)$. Для нахождения последней проинтегрируем соотношение (14) по параметрам $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ причём область интегрирования обуславливается областью D ,

$$\hat{h}_0(\lambda_0 | \tau) \sim \int_{\lambda_0}^{\infty} \int_{\lambda_1}^{\infty} \dots \int_{\lambda_m}^{\infty} \hat{h}(\lambda | \tau) d\lambda_1 d\lambda_2 \dots d\lambda_m.$$

После интегрирования и громоздких преобразований удаётся получить следующее, по-видимому, наиболее простое соотношение для $\hat{h}_0(\lambda_0 | \tau)$:

$$\hat{h}_0(\lambda_0 | \tau) \sim \lambda_0^{d_0} = S_m(\lambda_0) \exp[-\lambda_0 (X_0 + t_0)], \quad (15)$$

где $S_m(\lambda_0) = \sum_{i_m=0}^{D_m-N_m} \dots \sum_{i_1=0}^{D_1-N_1} \lambda_0^{D_1-N_0} \prod_{j=1}^m \frac{(D_j-N_j)^{(i_j)}}{(X_j+t_0)^{i_j+1}}$,

$$X_j = \sum_{i=0}^m k_i - \sum_{i=0}^{j-1} k_i, \quad D_j = d - \sum_{i=0}^{j-1} d_i,$$

$$N_j = n - \sum_{i=0}^{j-1} i_i.$$

Оценки \hat{R}^* и $\sigma_{\hat{R}^*}^2$ определим, исходя из того, что $R = \exp(-\lambda(\varepsilon_0)t) = \exp(-\lambda_0 t)$, используя квадратичную функцию потерь:

$$\hat{R}^* = \int_{\lambda_0}^{\lambda_0} e^{-\lambda_0 t} \hat{h}_0(\lambda_0 | \tau) d\lambda_0,$$

$$\sigma_{\hat{R}^*}^2 = \int_{\lambda_0}^{\lambda_0} e^{-2\lambda_0 t} \hat{h}_0(\lambda_0 | \tau) d\lambda_0 - \hat{R}^{*2},$$

где $\lambda_0^1 = -\ln(R_B/t_0)$, $\lambda_0^2 = -\ln(R_H/t_0)$.

В конечном виде \hat{R}^* и $\sigma_{\hat{R}^*}^2$ могут быть записаны с помощью функции приведённого аргумента $v = t/t_0$ следующего вида:

$$\begin{aligned} H_{m1}(v) &= \sum_{i_m=0}^{D_m-N_m} (m+1) \sum_{i_0=0}^{D_0-N_0} \frac{(D_0-N_0)^{(i_0)}}{(\omega_0+lv+1)^{i_0+1}} \times \\ &\times \prod_{s=1}^m \frac{(D_s-N_s)^{(i_s)}}{(\omega_s+1)^{i_s+1}} \times (R_B^{\omega_0+lv+1} |\ln R_B|^{d-i} - \\ &- R_H^{\omega_0+lv+1} |\ln R_H|^{d-i}), \end{aligned} \quad (16)$$

где $l = 0, 1, 2$, $\omega_s = \frac{X_s}{t_0}$, $i = i_0 + i_1 + \dots + i_m$.
Теперь

$$\hat{R}^* = \frac{H_{m1}(v)}{H_{m0}(v)}, \quad \sigma_{\hat{R}^*}^2 = \frac{H_{m2}(v)}{H_{m0}(v)} - \hat{R}^{*2} \quad (17)$$

Вычисление байесовской нижней γ -доверительной границы предполагает решение уравнения относительно x : $\int_{\lambda_0}^x \hat{h}_0(\lambda_0 | \tau) d\lambda_0 = \gamma$, после чего $\underline{R}_\gamma^* = \exp(-xt)$. Ко-
нечный вид уравнения для \underline{R}_γ^* следующий:

$$\begin{aligned} \sum_{i_m=0}^{D_m-N_m} (m+1) \sum_{i_0=0}^{D_0-N_0} \prod_{s=1}^m \frac{(D_s-N_s)^{(i_s)}}{(\omega_s+1)^{i_s+1}} \times \\ \times (R_B^{\omega_0+1} |\ln R_B|^{d-i} - R_\gamma^{*\frac{\omega_0+1}{v}} |\ln R_\gamma^*|^{d-i}) - \end{aligned}$$

$$-\gamma H_{m_0}(v) = 0. \quad (18)$$

Судя по выражениям (16)-(18), байесовскую достаточную статистику образует совокупность чисел отказов d_0, d_1, \dots, d_m , наблюдаемых в промежутках с неизменным режимом, и безразмерных параметров $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_m$. Параметр ω_j имеет смысл относительной (по отношению к t_0) суммарной наработки при испытаниях, зафиксированной в промежутках $\mu_j, \mu_{j+1}, \dots, \mu_m$.

Рассмотрим редукцию формул (16)-(18) для метода «доламывания» [1], который является частным случаем метода ступенчатых нагружений и характеризуется двумя режимами: номинальным и ужесточённым. В выражениях (16)-(18) необходимо положить $m = 1$, что приводит к существенно более простому вычислительному алгоритму. В частности, функция $H_{1l}(v)$ имеет вид

$$H_{1l}(v) = \sum_{i=0}^{d_1} \sum_{j=0}^{d-i} \frac{(d-i)^{(j)}}{(\omega_0+lv+1)^{i+1}} \cdot \frac{d_1^{(i)}}{(\omega_0+1)^{i+1}} \times \\ \times (R_B^{\omega_0+lv+1} \left| \ln R_B \right|^{d-i-j} - R_H^{\omega_0+lv+1} \left| \ln R_H \right|^{d-i-j}). \quad (19)$$

Уравнение для определения R_γ^* при $m = 1$ также существенно проще:

$$\sum_{i=0}^{d_1} \sum_{j=0}^{d-i} \frac{(d-i)^{(j)}}{(\omega_0+1)^{i+1}} \cdot \frac{d_1^{(i)}}{(\omega_0+1)^{i+1}} \times \\ \times (R_B^{\omega_0+1} \left| \ln R_B \right|^{d-i-j} - R_\gamma^{\frac{\omega_0+1}{\gamma}} \left| \ln R_\gamma^{\frac{1}{\gamma}} \right|^{d-i-j}) - \\ - \gamma H_{10}(v) = 0. \quad (20)$$

Выводы

1. Отличительной особенностью полученных результатов является способ задания априорной информации в виде априорного распределения непосред-

ственно для показателя надёжности, а не для параметров функции распределения, что характерно для известных решений.

2. Предложены подходы для оперативной идентификации законов распределения выборок значений параметров полученных, в частности, по результатам испытаний сложных технических систем на этапе установления априорной информации.

3. Изложено новое решение задачи оценки надёжности при форсированных испытаниях.

Литература

1. Карташов Г. Д. Принципы расходования ресурса и их использование для оценки надёжности. – М.: Знание, 1984. – С. 3-82.
2. Мартыщенко Л. А., Таубин И. А. Статистики малых выборок и математические методы их исследования. МО СССР. 1987. – С. 4-6.
3. Мартыщенко Л. А. Стохастическое доминирование. МО СССР. 1987. – С. 7-8.
4. Савчук В. П. Использование байесовского подхода в теории форсированных испытаний на надёжность // Надёжность и контроль качества. – 1985. – № 2. – С. 46-51.
5. Proschan F., Singpurwalla N. D. A new approach to inference from accelerated life tests // IEEE Trans. Reliab., 1980, V.R – 29, № 2, pp. 98-102.

References

1. Kartashov G. D. Printsipy raskhodovaniya resursa i ikh ispolzovanie dlya otsenki nadezhnosti [The principles of spending resource and their using for reliability assessment]. Moscow, Znanie Publ., 1984, pp. 3-82.
2. Martyshchenko L. A., Taubin I. A. Statistiki malykh vyborok i matematicheskie metody ikh issledovaniya [Statistics on small samples and mathematic methods of their investigation]. Ministry of Defence of the USSR, 1987, pp. 4-6.
3. Martyshchenko L. A. Stokhasticheskoe dominirovaniye [Stochastic dominance]. Ministry of Defence of the USSR, 1987, pp. 7-8.
4. Savchuk V. P. The Bayes' approach use in theory of the forced reliability testing. Nadezhnost i kontrol kachestva [Reliability and control of quality], 1985, no. 2, pp. 46-51.
5. Proschan F., Singpurwalla N. D. A new approach to inference from accelerated life tests // IEEE Trans. Reliab., 1980, V.R – 29, № 2, pp. 98-102.